Opleiding Stralingsdeskundigheid niveau 3 / 4B

Radioactiviteitsmetingen, kwantitatieve aspecten

Arbo- en Milieudienst RU/UMC St Radboud

onderwerpen / programma

- hoorcollege 11:00 – 12:15u
  - ✓telstatistiek
  - ✓meetrendement

telresultaat / telstrook
(tellen van radioactiviteit / counting)

S#	TIME	CPMA	A:2S%	CPMB	B:2S%	CPMC	C:2S%	DPM
1	4.00	92534	0,32	90297	0,33	0	0	97591
2	4.00	92222	0,32	90374	0,33	0	0	97605
3	4.00	90531	0,33	89013	0,33	0	0	97621
4	4.00	89090	0,33	87906	0,33	0	0	97617
5	4.00	83153	0,34	82534	0,34	0	0	97585
6	4.00	74864	0,36	74315	0,36	0	0	97599
7	4.00	59032	0,41	58526	0,41	0	0	97610
8	4.00	40665	0,49	40224	0,49	0	0	97585
9	4.00	29189	0,58	28837	0,58	0	0	97587
10	4.00	12035	0,91	11848	0,91	0	0	97600

cpm = teltempo (R) in counts per minuut

dpm = desintegratie per minuut

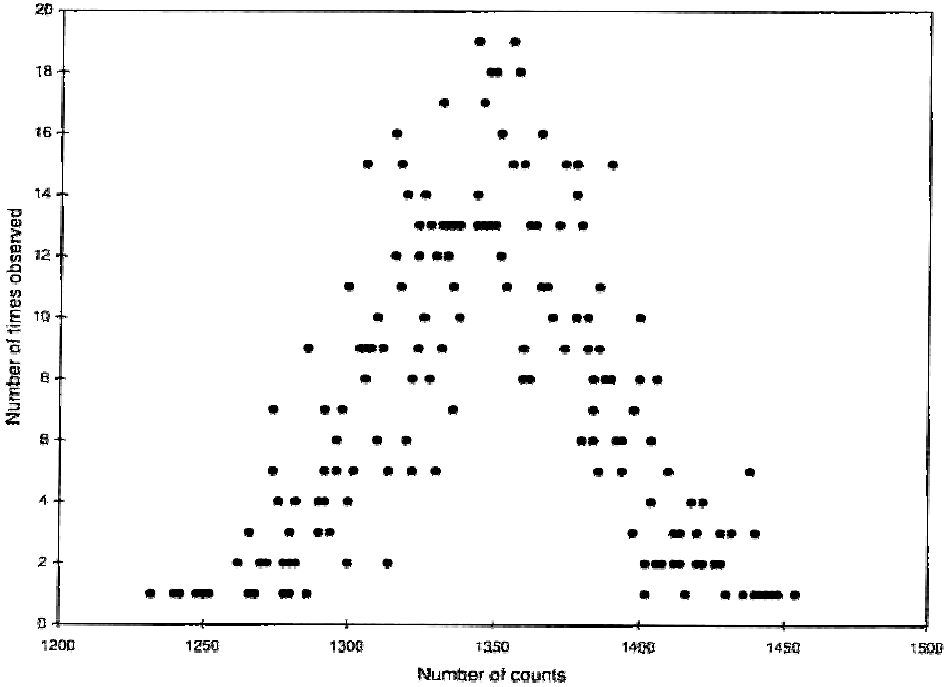
2S% = relatieve telfout met betrouwbaarheid 95%
(telfout, variatiecoëfficient, nauwkeurigheid, precision)

telstatistiek

- frequentieverdeling
- spreiding en betrouwbaarheid
- telfout
- invloed van achtergrond
  (foutenvoortplanting)
- Minimum Detectable Activity
- (optimalisatie van teltijd)

frequentieverdeling

- binomiale verdeling
- normale verdeling
  (Gausse kromme)
- poissonverdeling



een enkele meting is een schatting van het werkelijke gemiddelde van aantal counts

binomiale verdeling

algemeen toepasbaar bij discrete kansprocessen:

- werpen van een munt / dobbelsteen
- trekken van een kaart
- verval van een radioactieve kern

nadeel:

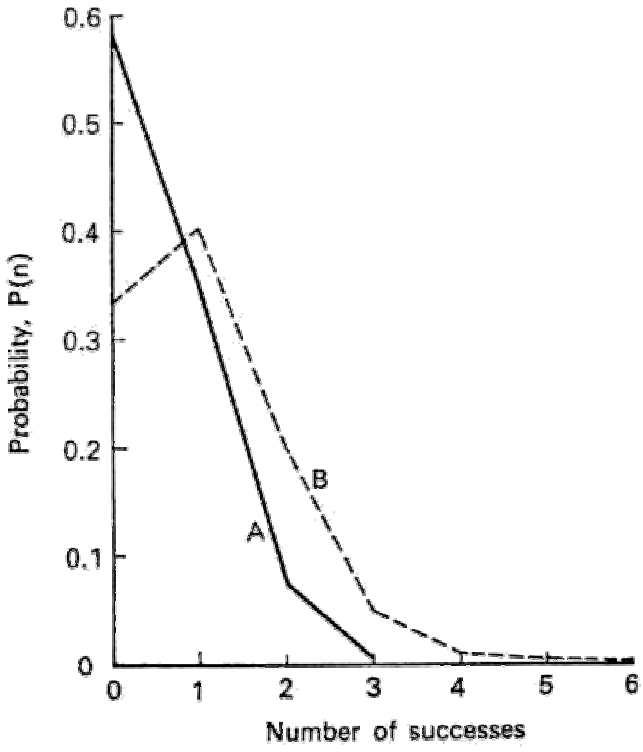
- te complex rekenwerk bij hele grote aantallen zoals bij radioactiviteit

binomiale verdeling

$$P(k) = \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k (1-p)^{n-k}$$

$k = aantal\ vervallen\ kernen\ (= counts)$

$n = aantal\ aanwezige\ instabiele\ kernen$



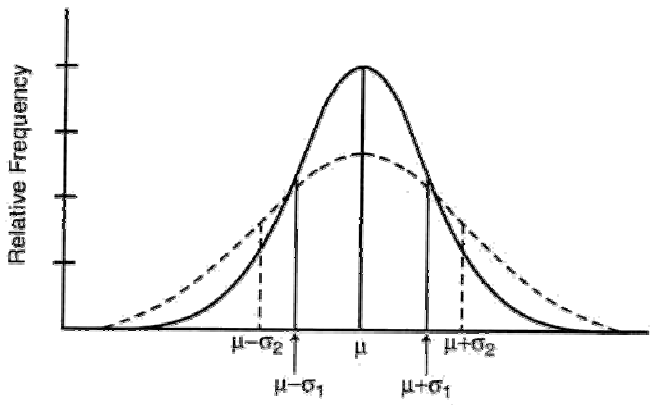
normale verdeling

$$P(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\lambda}} e^{\frac{-(k-\lambda)^2}{2\lambda}}$$

$k = aantal\ vervallen\ kernen\ (= counts)$

$\lambda = \mu = gemiddeld\ aantal\ counts\ (werkelijk)$

$\sigma = standaarddeviatie$



poissonverdeling

toepasbaar bij discrete kansprocessen, wanneer:

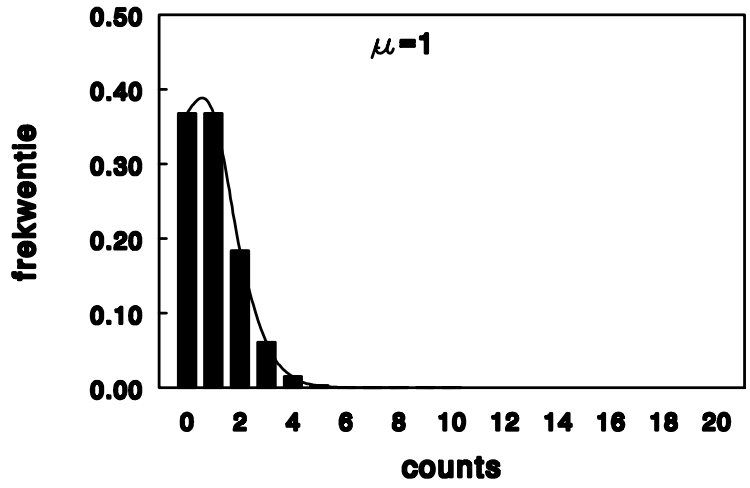
- succesgebeurtenissen (= radioactief verval) onderling onafhankelijk zijn
- succesgebeurtenissen (= radioactief verval) willekeurig zijn
- kans op succes (= $P_{radioactief\ verval}$) bijzonder klein is ($P << 1$)

  voorbeeld: ^{35}S $P_{verval} = 9{,}17 \times 10^{-8}\ s^{-1}$ (= vervalconstante λ)

de poisson verdeling is de frequentieverdeling bij uitstek bij radioactiviteitsmetingen

poissonverdeling

$$P(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$



$k = aantal\ vervallen\ kernen\ (= counts)$

$\lambda = \mu = gemiddeld\ aantal\ counts\ (werkelijk)$

de poisson verdeling wordt volledig gekarakteriseerd door de verwachtingswaarde μ

poissonverdeling

$$P(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$P(n) = \frac{\bar{n}^n}{n!} e^{-\bar{n}}$$

$$k = n = aantal\ vervallen\ kernen\ (= counts)$$

$$\lambda = \mu = \bar{n} = gemiddeld\ aantal\ counts\ (werkelijk)$$

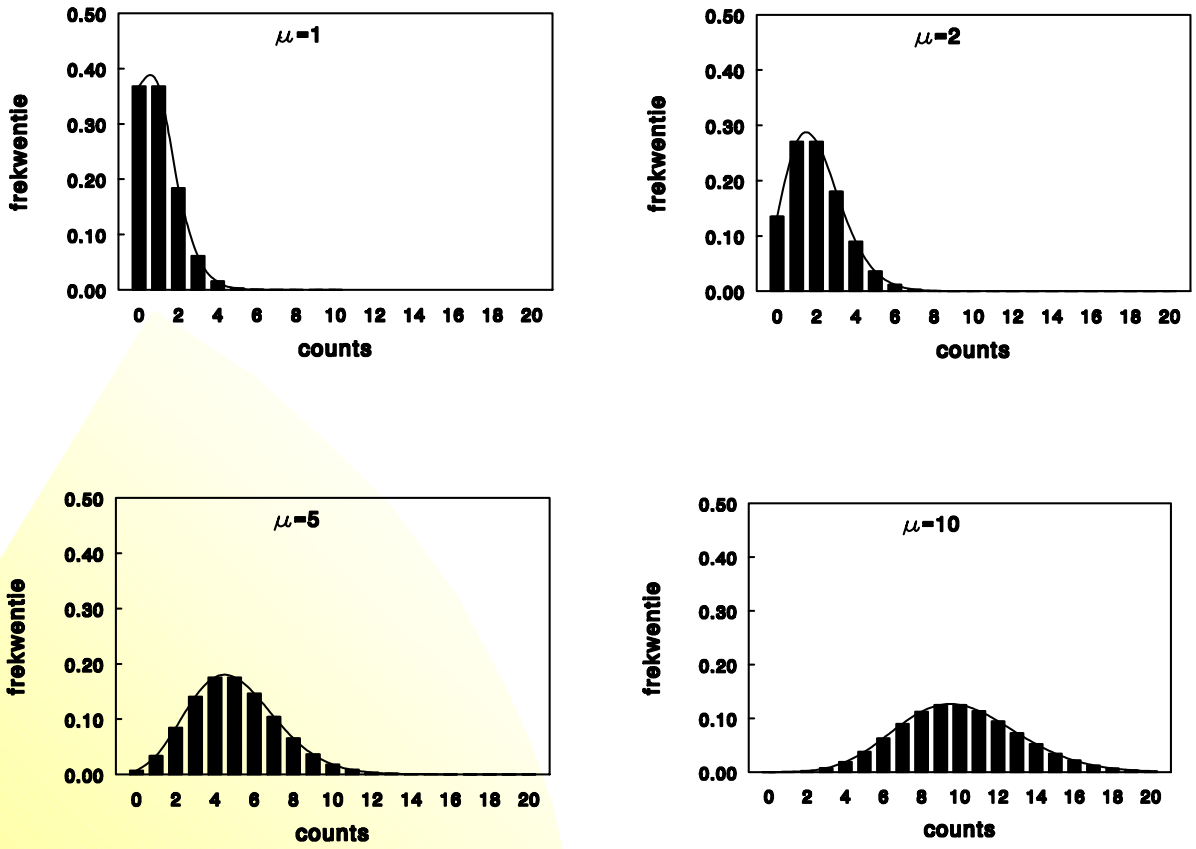
voorbeeld:

$\bar{n}$ = 15 counts

n = 12 counts

$$P(12) = \frac{15^{12}}{12!} e^{-15} = 0{,}0829$$

poissonverdeling

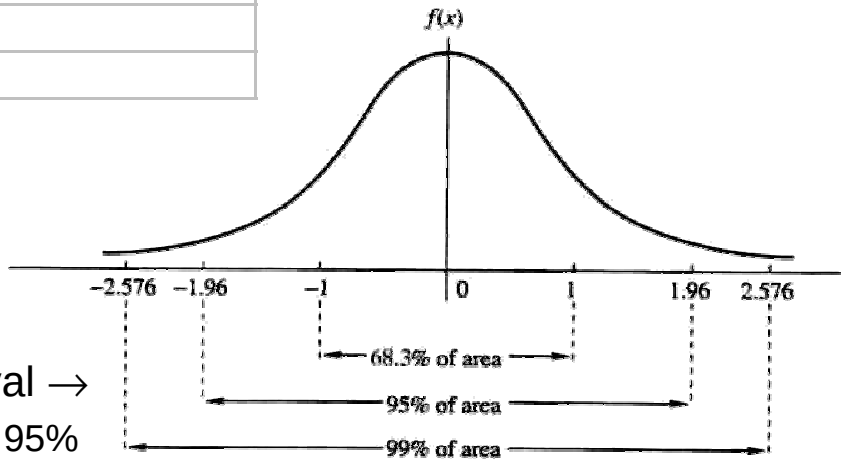


spreiding en betrouwbaarheid

poisson

$$\sigma = \sqrt{\mu} \Leftrightarrow s = \sqrt{n}$$

betrouwbaarheidsinterval [%]	aantal x standaarddeviatie (tweezijdig)
50	0,6745
68	1
90	1,645
95	**1,96**
96	2
99	2,58



betrouwbaarheidsinterval →

α=0,05 betrouwbaarheid = 95%

telresultaat / telstrook
(tellen van radioactiviteit / counting)

S#	TIME	CPMA	A:2S%	CPMB	B:2S%	CPMC	C:2S%	DPM
1	4.00	92534	0,32	90297	0,33	0	0	97591
2	4.00	92222	0,32	90374	0,33	0	0	97605
3	4.00	90531	0,33	89013	0,33	0	0	97621
4	4.00	89090	0,33	87906	0,33	0	0	97617
5	4.00	83153	0,34	82534	0,34	0	0	97585
6	4.00	74864	0,36	74315	0,36	0	0	97599
7	4.00	59032	0,41	58526	0,41	0	0	97610
8	4.00	40665	0,49	40224	0,49	0	0	97585
9	4.00	29189	0,58	28837	0,58	0	0	97587
10	4.00	12035	0,91	11848	0,91	0	0	97600

cpm = teltempo (R) in counts per minuut

dpm = desintegratie per minuut

2S% = relatieve telfout met betrouwbaarheid 95%
(telfout, variatiecoëfficient, nauwkeurigheid, precision)

telfout

wat wordt verstaan onder telfout?

- nauwkeurigheid (accuracy): standaarddeviatie σ

  maat voor afwijking van de gemeten waarde t.o.v. werkelijke waarde

- precisie (precision): relatieve standaarddeviatie σ/μ

  maat voor reproduceerbaarheid van de meting

$$\%telfout = \%CV = \frac{2 \cdot \sigma}{\mu} \times 100\% \Leftrightarrow \frac{2 \cdot \sqrt{n}}{n} \times 100\% = \frac{2}{\sqrt{n}} \times 100\%$$

$$n = totaal\ aantal\ counts$$

bij radioactiviteitsmeetingen wordt onder telfout meestentijds de relatieve standaardeviatie (variatiecoëfficiënt, CV) bedoeld, ook wel (foutief) nauwkeurigheid genoemd.

telfout

$$teltempo\ R: \quad R = \frac{n}{t} \Leftrightarrow n = R \cdot t$$

$$\sigma = \frac{\sqrt{n}}{t} = \frac{\sqrt{R \cdot t}}{t} = \sqrt{\frac{R}{t}}$$

$$\%CV = \frac{2 \cdot \frac{\sqrt{R \cdot t}}{t}}{R} \times 100\% = \frac{2 \cdot \sqrt{\frac{R}{t}}}{R} \times 100\% = \frac{2}{\sqrt{R \cdot t}} \times 100\%$$

teltempo wordt meestentijds uitgedrukt in cps of cpm

invloed van achtergrond

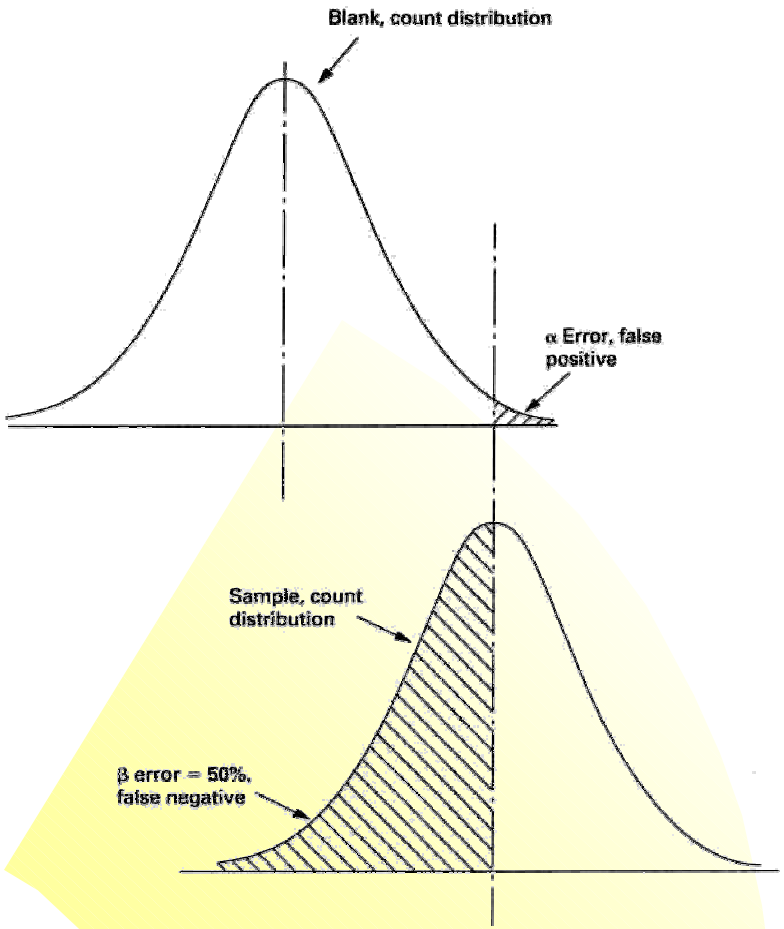
$$\sigma_{netto} = \sqrt{\sigma_b^2 + \sigma_a^2} = \sqrt{\frac{R_b}{t_b} + \frac{R_a}{t_a}}$$

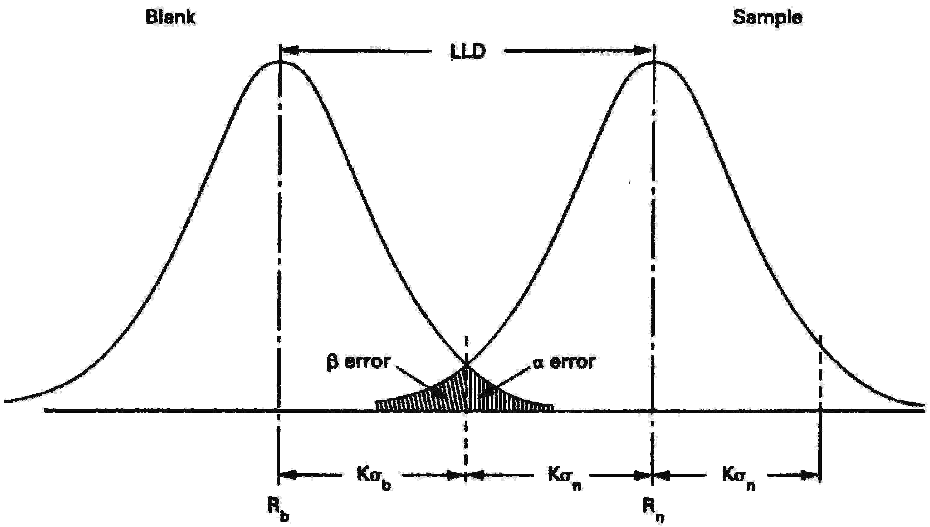
$$\%CV = \frac{2 \cdot \sqrt{\frac{R_b}{t_b} + \frac{R_a}{t_a}}}{|R_b - R_a|} \times 100\,\%$$

let op : R_b is teltempo inclusief bijdrage achtergrond (gross counting rate)

een radioactiviteitsmeting is altijd een optelsom van de bijdrage van de achtergrond + die van het te meten monster: R_a+R_b

minimum detectable activity (MDA)





type 1 fout = α-fout: fout positief

type 2 fout = β-fout: fout negatief

minimum detectable activity (MDA)

betrouwbaarheidsinterval [%]	aantal x standaarddeviatie (eenzijdig)
0,01	2,326
0,025	1,96
0,05	**1,645**
0,1	1,282

decisielimiet = critical level L_c

$$L_c = 1{,}65 \cdot \sigma_{netto} = 1{,}65 \cdot \sqrt{\frac{R_a}{t_a} + \frac{R_b}{t_b}} = 1{,}65 \cdot \sqrt{\frac{R_a}{t_a} + \frac{R_a}{t_b}} = 1{,}65 \cdot \sigma_a \cdot \sqrt{1 + \frac{t_a}{t_b}}$$

wanneer $t_a = t_b = t$ geldt:

$$L_c = 2{,}33 \cdot \sigma_a = 2{,}33 \cdot \sqrt{\frac{R_a}{t}}$$

minimum detectable activity (MDA)

detectielimiet = lower level of detection LLD

wanneer $t_a = t_b = t$ geldt:

$$LLD = L_c + 1{,}65 \cdot \sigma_{netto} = \frac{3}{t} + 4{,}66 \cdot \sqrt{\frac{R_a}{t}} \approx 4{,}66\sqrt{\frac{R_a}{t}} \approx 4{,}66 \cdot \sigma_a$$

$$LLD \approx 4{,}66 \cdot \sqrt{n_a}$$

$$MDA = \frac{\mathrm{LLD}}{y_i \cdot \eta \cdot t} \approx \frac{4{,}66 \cdot \sqrt{n_a}}{y_i \cdot \eta \cdot t} \approx \frac{4{,}66 \cdot \sigma_a}{y_i \cdot \eta \cdot t} \approx \frac{4{,}66}{y_i \cdot \eta}\sqrt{\frac{R_a}{t}}$$

het leerboek spreekt $3 \cdot \sigma_a$ in plaats van $4{,}66 \cdot \sigma_a$; een beetje kort door de bocht!

optimalisatie van teltijd

$$\sigma_{netto} = \sqrt{\sigma_b^2 + \sigma_a^2} = \sqrt{\frac{R_b}{t_b} + \frac{R_a}{t_a}}$$

$$\sigma_{netto}^2 = \sigma_b^2 + \sigma_a^2 = \frac{R_b}{t_b} + \frac{R_a}{t_a}$$

differentiëren naar t, σ_{netto}^2 *minimaliseren :*

$$\frac{t_b}{t_a} = \sqrt{\frac{R_b}{R_a}}$$

Vragen, so far

?

meetrendement

tray	S#	TIME	CPMA	A:2S%	CPMB	B:2S%	CPMC	C:2S%	DPM
1	1	4.00	92534	0,32	90297	0,33	0	0	97591
1	2	4.00	92222	0,32	90374	0,33	0	0	97605
1	3	4.00	90531	0,33	89013	0,33	0	0	97621
1	4	4.00	89090	0,33	87906	0,33	0	0	97617
1	5	4.00	83153	0,34	82534	0,34	0	0	97585
1	6	4.00	74864	0,36	74315	0,36	0	0	97599
1	7	4.00	59032	0,41	58526	0,41	0	0	97610
1	8	4.00	40665	0,49	40224	0,49	0	0	97585
1	9	4.00	29189	0,58	28837	0,58	0	0	97587
1	10	4.00	12035	0,91	11848	0,91	0	0	97600

cpm = teltempo (R) in counts per minuut

dpm = desintegratie per minuut

2S% = relatieve telfout met betrouwbaarheid 95%
(telfout, variatiecoëfficient, nauwkeurigheid, precision)

definitie van rendement

het meetrendement is de verhouding tussen het aantal counts en het aantal stralingsdeeltjes (deeltjes+fotonen):

$$\eta = \frac{signaal}{emissie} \leq 1$$

in de praktijk:

$$\eta \cdot y_i = \frac{cpm}{dpm}$$

voor het meetrendement wordt zowel het symbool η als ε (efficiency) gehanteerd

deelrendementen

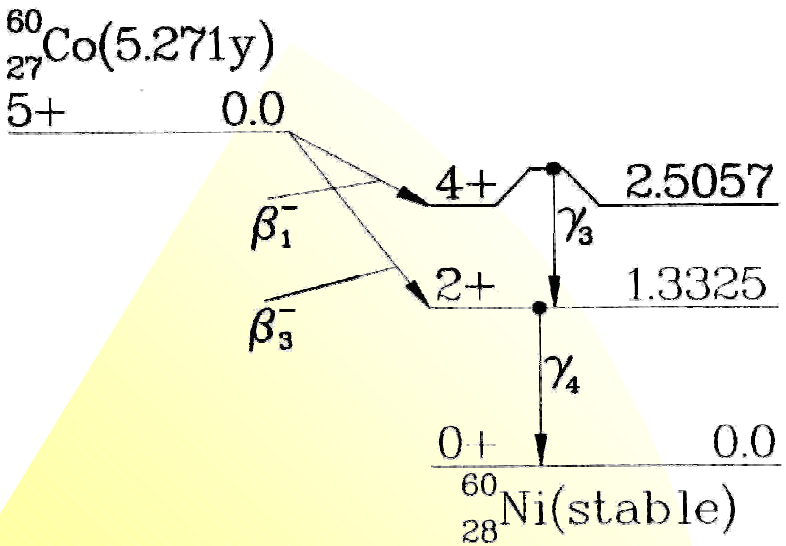
het absolute rendement is het product van verschillende deelrendementen bestaande uit:

- bronrendement η_s
- interacties met medium η_m
- geometrisch rendement η_g
- detectierendement η_d
- registratierendement η_r

$$\eta = \eta_s \cdot \eta_m \cdot \eta_g \cdot \eta_d \cdot \eta_r$$

yield

het begrip yield y_i $(Bq \cdot s)^{-1}$ is de kans op emissie van een stralingsdeeltje per eenheid van verval (zie blok Stralingsfysica)



27-COBALT-60

HALFLIFE = 5.271 YEARS 29-MAR-78
DECAY MODE(S): β

RADIATION	y(i) (Bq-s)$^{-1}$	E(i) (MeV)	y(i)×E(i)
β 1	9.99E-01	9.577E-02*	9.57E-02
β 3	8.00E-04	6.258E-01*	5.01E-04
γ 3	9.99E-01	1.173E 00	1.17E 00
ce-K, γ 3	1.50E-04	1.165E 00	1.75E-04
γ 4	1.00E 00	1.332E 00	1.33E 00
ce K, γ 4	1.14E-04	1.324E 00	1.50E-04

LISTED X, γ AND γ± RADIATIONS	2.50E 00
OMITTED X, γ AND γ± RADIATIONS**	1.14E-04
LISTED β, ce AND Auger RADIATIONS	9.65E-02
OMITTED β, ce AND Auger RADIATIONS**	4.73E-05
LISTED RADIATIONS	2.60E 00
OMITTED RADIATIONS**	1.61E-04

* AVERAGE ENERGY (MeV)
** EACH OMITTED TRANSITION CONTRIBUTES <0.100% TO Σy(i)×E(i) IN ITS CATEGORY.
NICKEL-60 DAUGHTER IS STABLE.

rendement bij β-tellingen

meetrendement bij β-tellingen is afhankelijk van:

- geometrisch rendement / geometrische factor G
- (terug)verstrooiing / backscatterfactor B
- absorptie en zelfabsorptie / transmissiefactor T

$$\eta = G \cdot B \cdot T$$

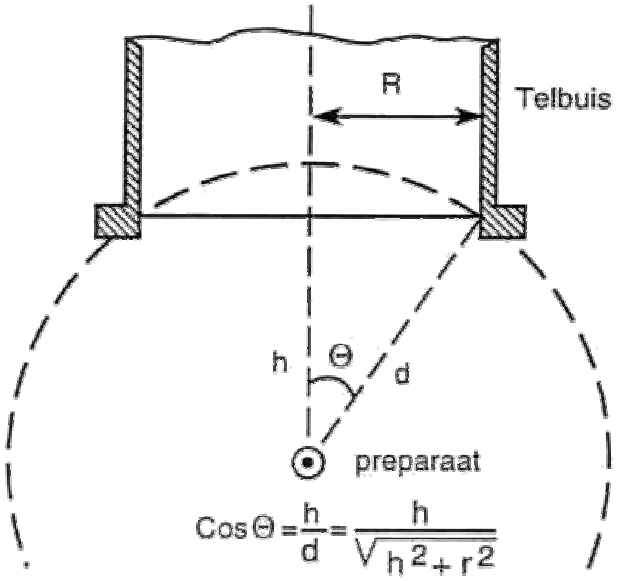
rendement bij β-tellingen

meetrendement bij β-tellingen is afhankelijk van:

- **geometrisch rendement / geometrische factor G**
- terugverstrooiing / backscatterfactor B
- absorptie en zelfabsorptie / transmissiefactor T

$$G = \frac{(1 - \cos\Theta)}{2}$$

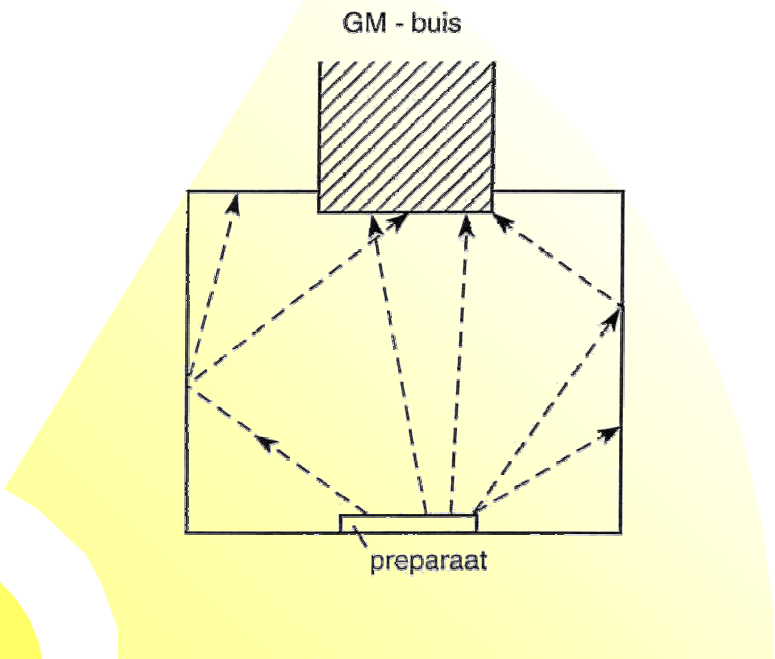
$$\cos\Theta = \frac{h}{d} = \frac{h}{\sqrt{h^2 + r^2}}$$

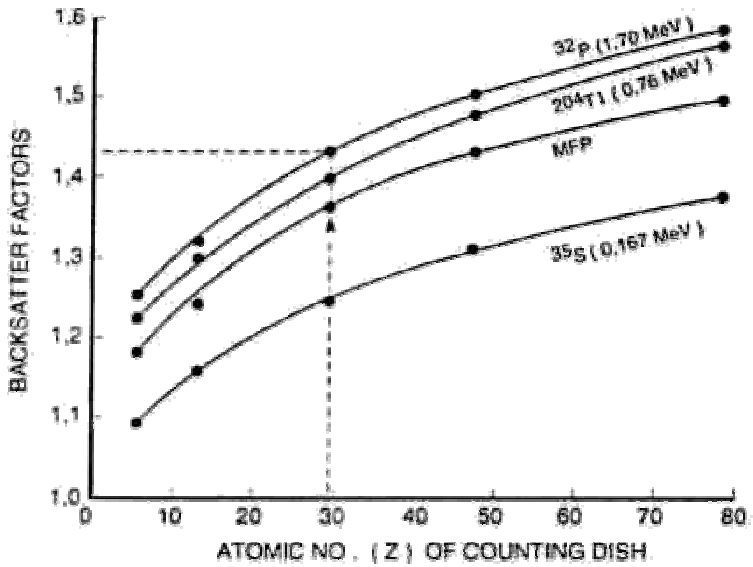


rendement bij β-tellingen

meetrendement bij β-tellingen is afhankelijk van:

- geometrisch rendement / geometrische factor G
- **verstrooiing + terugverstrooiing / back- en sidescatterfactor B (rendement hoger)**
- absorptie en zelfabsorptie / transmissiefactor T

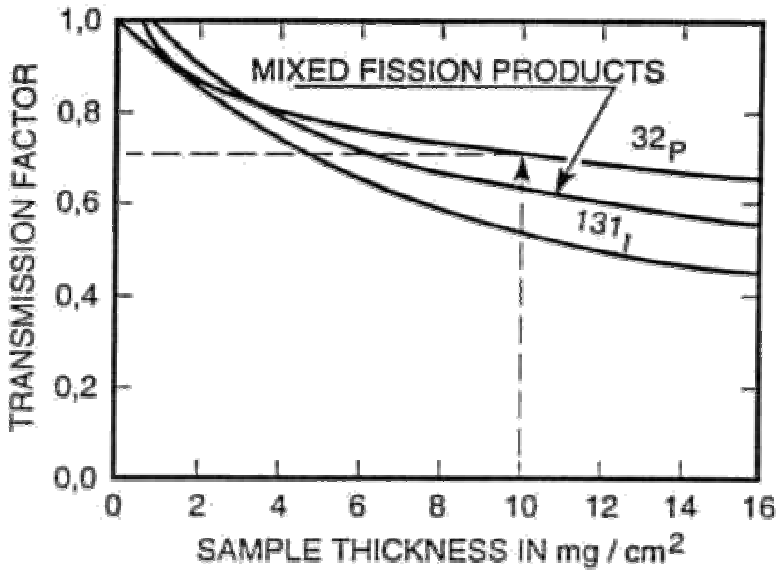




rendement bij β-tellingen

meetrendement bij β-tellingen is afhankelijk van:

- geometrisch rendement / geometrische factor G
- terugverstrooiing / back-/sidescatterfactor B
- **absorptie en zelfabsorptie / transmissiefactor T (rendement lager)**



rendement bij fotontellingen (γ,X)

meetrendement bij fotontellingen is afhankelijk van:

- geometrisch rendement / geometrische factor G
- interactiewaarschijnlijkheid met detectormateriaal
- zelfabsorptie
- extinctie van signaal

rendement bij fotontellingen (γ,X)

meetrendement bij fotontellingen is afhankelijk van:

- **geometrisch rendement / geometrische factor G (omgekeerde kwadratenwet)**
- interactiewaarschijnlijkheid met detectormateriaal
- zelfabsorptie
- extinctie van signaal

$$G = \frac{A}{4\pi \cdot d^2}$$

$$waarin\ A = oppervlakte\ telbuis$$

$$d = afstand\ tot\ de\ bron$$

vragen

?